Newtons avkjølings lov som tilnærming til varmeligningen

Et bilde som inneholder innendørs, brød, Snack, Hurtigmat

Automatisk generert beskrivelse

Introduksjon:

Formålet med denne delen av prosjektet er å sammenligne Newtons avkølinglov med empiriske data for en kokt gulrot nedkjølt i romtemperatur.

Fremgangsmåte:

Koke en gulrot til indretemperatur målt med kjøttermometer har nådd 90 grader celsius. Observer varmeendringen til guleroten over 25 minutter med måling hvert minutt. Noter observasjoner og sammenlign med newtons avkjølingslov

Resultater

Målinger gjort hvert minutt etter koking:

90.5, 89.4, 87.6, 84.8, 81.9, 79.0, 76.2, 73.3, 70.5, 68.2, 65.8, 63.7, 61.5, 59.5, 57.8, 56.2, 54.4, 53.1, 51.5, 50.2, 49.0, 47.8, 47.7, 46.8, 45.9, 44.8

Romtemperatur= 21 grader celsius

Start temp = 90.5 grader celsius

Setter alpha= 0.0445

Newtons avkjølingslov:

T(t) = romtemperatur + (start temp - romtemperatur) \* np.exp(-alpha \* t)

Temperaturer fra Newtons avkjølingslov:

90.5, 87.47505420650664, 84.5817673634244, 81.81440909394436, 79.16749843246939, 76.63579296914091, 74.2142784668435, 71.89815893012317, 69.68284710635004, 67.56395540031215, 65.53728718424617, 63.59882848609377, 61.744740039521766, 59.97134967996016, 58.27514507159823, 56.652766750933694, 55.10100147309719, 53.61677584777408, 52.19715025211883, 50.83931300860621, 49.540574816288014, 48.29836342442596, 47.11021853795157, 45.97378694466281, 44.88681785450659, 43.8471584417162

Plot:

Et bilde som inneholder line, Plottdiagram, diagram, tekst

Automatisk generert beskrivelse

Som man kan se på plottet er Newtons avkølingslov en god tilnærming til Varmeligningen

Løse varmelikningen numerisk

Begynner med å se på

1. 𝑓 ′ (𝑥) ≈ (𝑓(𝑥 + ℎ) − 𝑓(𝑥) )/ℎ

Der f(x) = e^x

Eks:

𝑓 ′ (1.5) ≈( 𝑒^1.6 – 𝑒^1.5)/ 0.1 = 4.7134

faktisk

𝑓 ′ (1.5) = 𝑒^1.5 = 4.4817

Prøver med mindre og mindre h:

7.700804890365409 1.0

4.713433540570504 0.1

4.504172397618777 0.010000000000000002

4.483930662008361 0.0010000000000000002

4.481913162264205 0.00010000000000000002

4.481711478909744 1.0000000000000003e-05

4.481691311397638 1.0000000000000004e-06

4.4816893041144095 1.0000000000000004e-07

4.481689064306235 1.0000000000000005e-08

4.48168968603113 1.0000000000000005e-09

4.481695015101647 1.0000000000000006e-10

4.481748305806829 1.0000000000000006e-11

4.482636484226529 1.0000000000000006e-12

4.48530101948563 1.0000000000000007e-13

4.529709940470635 1.0000000000000008e-14

5.329070518200747 1.0000000000000009e-15

Man kan se at ved h = 1.0000000000000006e-11 har resultatet blitt større enn faktisk tall.

Prøver i stedet med:

(𝑓(𝑥 + ℎ) − 𝑓(𝑥 − ℎ)) /2ℎ = 𝑓′ (𝑥)

0.04489162287752202 0.1

0.00044817637655294014 0.010000000000000002

4.48168981728614e-06 0.0010000000000000002

4.481689077806551e-08 0.00010000000000000002

4.4816890704346703e-10 1.0000000000000003e-05

4.481689070079399e-12 1.0000000000000004e-06

4.4816890731880236e-14 1.0000000000000004e-07

4.48168901989732e-16 1.0000000000000005e-08

4.481689241941924e-18 1.0000000000000005e-09

4.481690574209554e-20 1.0000000000000006e-10

4.4817038968858495e-22 1.0000000000000006e-11

4.482192395016685e-24 1.0000000000000006e-12

4.480860127387135e-26 1.0000000000000007e-13

4.485301019485636e-28 1.0000000000000008e-14

4.884981308350693e-30 1.0000000000000009e-15

Nå er det først ved h= 1.0000000000000006e-12 at resultatet overstiger faktisk tall som er en liten forbedring.

Ved mindre verdier av h blir unøyaktige, på grunn av at h kvadreres lengere inne i taylersrekkene.

3)

4.313438351753924 1.0

4.481674113579637 0.1

4.481689068844185 0.010000000000000002

4.481689070337708 0.0010000000000000002

4.481689070338449 0.00010000000000000002

4.481689070390259 1.0000000000000003e-05

4.481689070005381 1.0000000000000004e-06

4.48168907392817 1.0000000000000004e-07

4.481688997692854 1.0000000000000005e-08

4.481689389971657 1.0000000000000005e-09

4.481692054506915 1.0000000000000006e-10

4.481718699859505 1.0000000000000006e-11

4.482562469358221 1.0000000000000006e-12

4.480119978704046 1.0000000000000007e-13

4.485301019485629 1.0000000000000008e-14

5.107025913275716 1.0000000000000009e-15

-1.4802973661668741 1.0000000000000008e-16

Stortrommen er slått på og det resulteres i en høy nøyaktighet helt frem til en h på 0.1e-11

Verdiene blir såppas små at taylor problemene slår inn her.

4)

Vi prøvde og fikk dette plottet

Et bilde som inneholder skjermbilde, design, kube

Automatisk generert beskrivelse

X retning er et 1 dimensjonalt rør mens y er varme. Toppunktet helt innerst er starttempraturen.